1、函数的单调性

(1)设 x_1、$x_2 \in [a,b]$，且 $x_1 < x_2$ 那么

$f(x_1) - f(x_2) < 0 \Leftrightarrow f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是增函数；

$f(x_1) - f(x_2) > 0 \Leftrightarrow f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是减函数.

(2)设函数 $y = f(x)$ 在某个区间内可导，

若 $f'(x) > 0$，则 $f(x)$ 为增函数；

若 $f'(x) < 0$，则 $f(x)$ 为减函数；

若 $f'(x)=0$，则 $f(x)$ 有极值。

2、函数的奇偶性

若 $f(-x) = f(x)$，则 $f(x)$ 是偶函数；偶函数的图象关于 y 轴对称。

若 $f(-x) = -f(x)$，则 $f(x)$ 是奇函数；奇函数的图象关于原点对称。

3、函数在某处的导数的几何意义

函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的导数 $f'(x_0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 在 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率，相应的切线方程是 $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

4、几种常见函数的导数

① $C' = 0$；

② $(x^n)' = nx^{n-1}$；

③ $(\sin x)' = \cos x$；

④ $(\cos x)' = -\sin x$；

⑤ $(a^x)' = a^x \ln a$；

⑥ $(e^x)' = e^x$；

⑦ $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$；

⑧ $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

5、导数的运算法则

（1）$(u\pm v)'=u'\pm v'$.

（2）$(uv)'=u'v+uv'$.

（3）$(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.

6、求函数的极值

解方程$f'(x)=0$得x_0．当$f'(x_0)=0$时：

① 如果在x_0附近的左侧$f'(x)>0$，右侧$f'(x)<0$，那么$f(x_0)$是极大值；

② 如果在x_0附近的左侧$f'(x)<0$，右侧$f'(x)>0$，那么$f(x_0)$是极小值．

7、分数指数幂

(1) $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$.

(2) $a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$.

8、根式的性质

（1）$(\sqrt[n]{a})^n=a$.

（2）当n为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$；

当n为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a, a\ge 0\\ -a, a<0\end{cases}$.

9、有理数指数幂的运算性质

(1) $a^r\cdot a^s=a^{r+s}$；

(2) $(a^r)^s=a^{rs}$；

(3) $(ab)^r=a^rb^r$.

10、对数公式

（1）指数式与对数式的互化式：$\log_a N = b \Leftrightarrow a^b = N$。

（2）对数的换底公式 ：$\log_a N = \dfrac{\log_m N}{\log_m a}$.

（3）对数恒等式：

①$\log_a b^n = n\log_a b$ ；

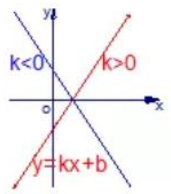
②$\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b$ ；

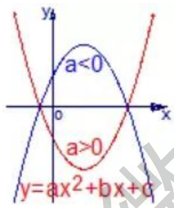
③$a^{\log_a N} = N$ ；

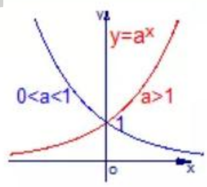
④$\log_a 1 = 0$ ；

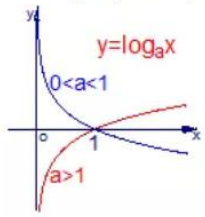
⑤$\log_a a = 1$

11、常见的函数图像









12、同角三角函数的基本关系式

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1,\ \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}.$$

13、正弦、余弦的诱导公式

诱导公式一：$\sin(\alpha+k\cdot 2\pi)=\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$；

$\cos(\alpha+k\cdot 2\pi)=\cos(\alpha+2k\pi)=\cos\alpha$

$\tan(\alpha+k\cdot 2\pi)=\tan(\alpha+2k\pi)=\tan\alpha$

诱导公式二：$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$；

$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$；

$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$.

诱导公式三：$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$；

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$；

$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$.

诱导公式四：$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$；

$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$；

$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$.

诱导公式五：$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$；

$\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$；

诱导公式六：$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$；

$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$.

14、和角与差角公式

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$.

$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)$；

(辅助角φ所在象限由点(a,b)的象限决定, $\tan\varphi=\dfrac{b}{a}$).

12、15、二倍角公式

$\sin 2\alpha = \sin\alpha\cos\alpha$.

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$.

$\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

公式变形：$2\cos^2\alpha = 1+\cos 2\alpha, \cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$;

$2\sin^2\alpha = 1-\cos 2\alpha, \sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$;

16、三角函数的周期

函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$及函数$y=A\cos(\omega x+\varphi)$的周期$T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$，最大值为|A|；

函数$y=A\tan(\omega x+\varphi)$（$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$）的周期$T=\dfrac{\pi}{|\omega|}$.

17、正弦定理

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$（R 为$\triangle ABC$外接圆的半径）.

$\Leftrightarrow a=2R\sin A, b=2R\sin B, c=2R\sin C$

$\Leftrightarrow a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

18、余弦定理

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$;

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$;

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

19、面积定理

$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}ca\sin B$.

20、三角形内角和定理

在△ABC 中，有$A+B+C=\pi$

$\Leftrightarrow C=\pi-(A+B)dx$

$\Leftrightarrow \dfrac{C}{2}=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{A+B}{2}$

$\Leftrightarrow 2C=2\pi-2(A+B)$.

21、a 与 b 的数量积

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cos\theta.$$

22、平面向量的坐标运算

(1)设 A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2),则 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$

(2)设 $\mathbf{a}=(x_1,y_1)$,$\mathbf{b}=(x_2,y_2)$，则 $\mathbf{a}+\mathbf{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$.

(3)设 $\mathbf{a}=(x_1,y_1)$,$\mathbf{b}=(x_2,y_2)$，则 $\mathbf{a}-\mathbf{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$.

(4)设 $\mathbf{a}=(x,y),\lambda\in R$，则 $\lambda\mathbf{a}=(\lambda x,\lambda y)$.

(5)设 $\mathbf{a}=(x_1,y_1)$,$\mathbf{b}=(x_2,y_2)$，则 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=x_1x_2+y_1y_2$.

(6)设 $\mathbf{a}=(x,y)$，则 $|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$

23、两向量的夹角公式

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}};$$

($\mathbf{a}=(x_1,y_1)$,$\mathbf{b}=(x_2,y_2)$).

24、平面两点间距离公式

$$d_{A,B}=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

25、向量的平行与垂直

设 $\mathbf{a}=(x_1,y_1)$,$\mathbf{b}=(x_2,y_2)$，则

$\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}\Leftrightarrow\mathbf{b}=\lambda\mathbf{a}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$.

$\mathbf{a}\perp\mathbf{b}\Leftrightarrow\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.

26、数列通项公式与前 n 项和的关系

$$a_n=\begin{cases}s_1, & n=1\\ s_n-s_{n-1}, & n\geq 2\end{cases};$$

(数列$\{a_n\}$的前 n 项的和为 $s_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$).

27、等差数列通项公事与前 n 项和公式

$a_n=a_1+(n-1)d=dn+a_1-d$ ；

$s_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$.

28、等差数列的性质

①等差中项：$2a_n=a_{n-1}+a_{n+1}$ ；

②若 m+n=p+q，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$ ；

③ S_m ，S_{2m} ，S_{3m} 分别为前 m，前 2m，前 3m 项的和，则 S_m ，$S_{2m}-S_m$ ，$S_{3m}-S_{2m}$ 成等差数列。

29、等比数列的通项公式与前 n 项和公式

$a_n=a_1q^{n-1}$ ；

$$s_n=\begin{cases}\frac{a_1(1-q^n)}{1-q},q\neq1\\ na_1 \quad ,q=1\end{cases} \text{或 } s_n=\begin{cases}\frac{a_1-a_nq}{1-q},q\neq1\\ na_1 \quad ,q=1\end{cases}.$$

30、等比数列的性质

①等比中项：$b_n^2=b_{n-1}\cdot b_{n+1}$ ；

②若 m+n=p+q，则 $b_m\cdot b_n=b_p\cdot b_q$ ；

③ S_m ，S_{2m} ，S_{3m} 分别为前 m，前 2m，前 3m 项的和，则 S_m ，$S_{2m}-S_m$ ，$S_{3m}-S_{2m}$ 成等比数列。

31、常用不等式

（1）$a,b\in R\Rightarrow a^2+b^2\geq 2ab$ (当且仅当 a＝b 时取“=”号)．

（2）$a,b\in R^+\Rightarrow \frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ (当且仅当 a＝b 时取“=”号)．

32、直线的三角方程

（1）点斜式：$y-y_1=k(x-x_1)$ ；(直线 l 过点 $P_1(x_1,y_1)$ ，且斜率为 k）．

（2）斜截式：$y=kx+b$ ；(b 为直线 l 在 y 轴上的截距).

（3）一般式：$Ax+By+C=0$ ；(其中 A、B 不同时为 0).

33、两条直线的垂直和平行

若$l_1: y=k_1x+b_1$，$l_2: y=k_2x+b_2$

①$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2$,且$b_1 \neq b_2$;

②$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2=-1$.

34、点到直线的距离

$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$；（点$P(x_0,y_0)$,直线$l$：$Ax+By+C=0$）.

35、圆的两种方程

（1）圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

（2）圆的参数方程 $\begin{cases} x=a+r\cos\theta \\ y=b+r\sin\theta \end{cases}$.

36、点与圆的位置关系

点$P(x_0,y_0)$与圆$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$的位置关系有三种

若$d=\sqrt{(a-x_0)^2+(b-y_0)^2}$，则

$d>r \Leftrightarrow$点P在圆外;

$d=r \Leftrightarrow$点P在圆上;

$d<r \Leftrightarrow$点P在圆内.

37、直线与圆的位置关系

直线$Ax+By+C=0$与圆$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$的位置关系有三种:

其中$d=\frac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

$d>r \Leftrightarrow$ 相离 $\Leftrightarrow$ 方程组无解：$\Delta=\sqrt{b^2-4ac}<0$；

$d=r \Leftrightarrow$ 相切 $\Leftrightarrow$ 方程组有唯一解：$\Delta=\sqrt{b^2-4ac\Delta}=0$；

$d<r \Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow$ 方程组有两个解：$\Delta=\sqrt{b^2-4ac\Delta}>0$.

38、椭圆、双曲线、抛物线的性质

①椭圆：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，焦点（±c,0），$a^2-c^2=b^2$，离心率 $e=\frac{焦距}{长轴}=\frac{2a}{2c}=\frac{c}{a}$，参数方程是$\begin{cases}x=a\cos\theta\\y=b\sin\theta\end{cases}$.

②双曲线：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(a>0,b>0)，焦点（±c,0），$c^2-a^2=b^2$，离心率 $e=\frac{焦距}{长轴}=\frac{2a}{2c}=\frac{c}{a}$，渐近线方程是$y=\pm\frac{b}{a}x$.

③抛物线：$y^2=2px$，焦点$(\frac{p}{2},0)$,准线$x=-\frac{p}{2}$。抛物线上的点到焦点距离等于它到准线的距离.

39、双曲线方程与渐近线方程的关系

若双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow$渐近线方程：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0\Leftrightarrow y=\pm\frac{b}{a}x$.

40、抛物线的焦半径公式

抛物线$y^2=2px$的焦半径$|PF|=x_0+\frac{p}{2}$.（抛物线上的点（x_0，y_0）到焦点（$\frac{p}{2}$，0）距离。）

41、平方差标准差的计算

平均数:$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots x_n}{n}$；

方差:$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots(x_n-\bar{x})^2]$；

标准差:$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots(x_n-\bar{x})^2]}$；

42、回归直线方程

$$\hat{y}=a+bx，其中\begin{cases}b=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}\\a=\bar{y}-b\bar{x}\end{cases}.$$

43、独立性检验

$K^2=\frac{n(ac-bd)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$；n=a+b+c+d.

①K＞6.635，有 99%的把握认为 X 和 Y 有关系；

②K＞3.841，有 95%的把握认为 X 和 Y 有关系；

③K＞2.706，有 90%的把握认为 X 和 Y 有关系；

④K≤2.706，X 和 Y 没关系。

	y_1	y_2
x_1	a	b
x_2	c	d

44、复数

①$z=a+bi$ 共轭复数为 $\bar{z}=a-bi$；

②复数的相等：$a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c,b=d$；

③复数 $z=a+bi$ 的模（或绝对值）$|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$；

④复数的四则运算法则

(1) $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$；

(2) $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$；

(3) $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$；

(4) $(a+bi)\div(c+di)=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i=\frac{ac+bd+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$

⑤ 复数的乘法的运算律

交换律:$z_1\cdot z_2=z_2\cdot z_1$.

结合律:$(z_1\cdot z_2)\cdot z_3=z_1\cdot(z_2\cdot z_3)$.

分配律:$z_1\cdot(z_2+z_3)=z_1\cdot z_2+z_1\cdot z_3$.

45、参数方程、极坐标化为直角坐标

① $\begin{cases}\rho\cos\theta=x\\ \rho\sin\theta=y\end{cases}$；

② $\begin{cases}\rho^2=x^2+y^2\\ \tan\theta=\frac{y}{x}(x\neq 0)\end{cases}$